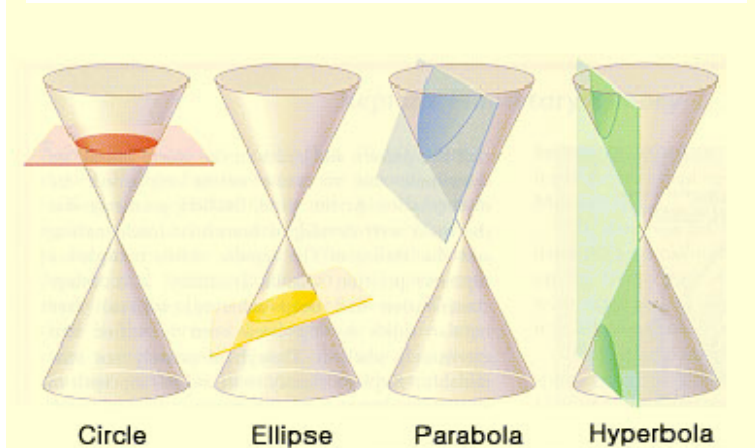


ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน  
โดยใช้โปรแกรม GSP

## ภาคตัดกรวย (Conic Sections)



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง

วงกลม

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน  
โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 เรื่อง วงกลม

คำชี้แจง ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP  
ชุดที่ 2 มี 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 นิยามของวงกลม (ใช้เวลา 2 คาบ)

ตอนที่ 2 วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$  (ใช้เวลา 2 คาบ)

- ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 ประกอบด้วย
  - กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นิยามของวงกลม
  - กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$
  - แบบฝึกหัดที่ 1
  - แบบฝึกหัดที่ 2
  - แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

2. ให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้นี้โดยการใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ตามคำแนะนำที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้ เพื่อค้นหานิยามของวงกลมและทำแบบฝึกหัดที่ 1 เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง

3. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เพื่อสำรวจวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$  แล้วทำการสรุป และทำแบบฝึกหัดที่ 2 เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง ทั้งนี้ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ถ้าหากเกิดปัญหาในการเรียนก็สามารถที่จะซักถามครูหรือเพื่อน ๆ ได้

4. หลังจากนั้นให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 2 โดยให้เวลาในการทำประมาณ 20 นาที เพื่อเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

### จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของวงกลมได้
2. บอกส่วนต่าง ๆ ของวงกลมเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมได้
3. เขียนความสัมพันธ์และกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  จากสมบัติที่กำหนดได้
4. เขียนความสัมพันธ์และกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(h,k)$  จากสมบัติที่กำหนดได้

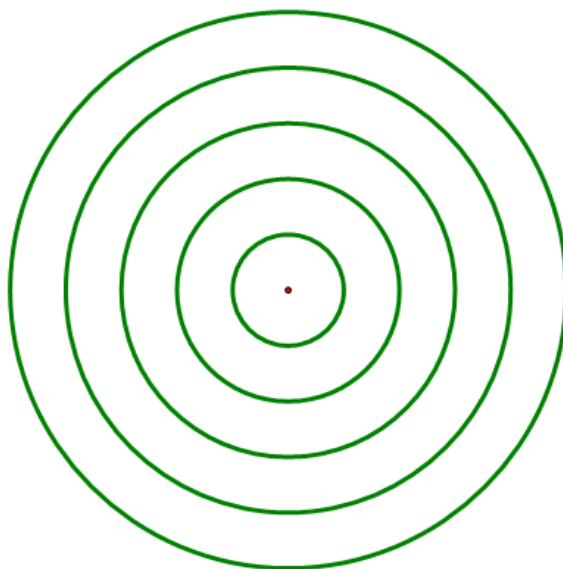
เวลาที่ใช้ 4 คาบ

### สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2

### การประเมินผลการเรียนรู้

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 ด้วยตนเอง เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา

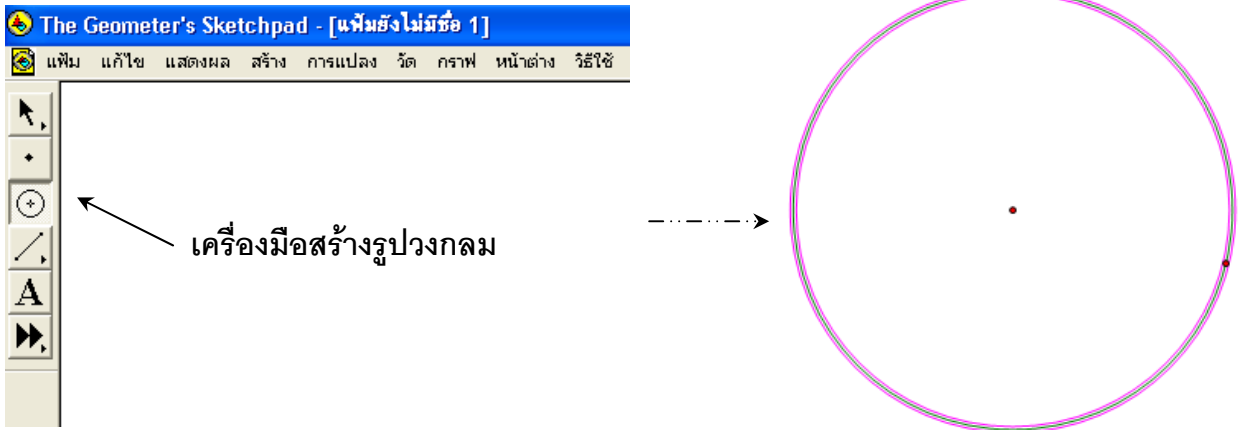


# กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

## นิยามของวงกลม

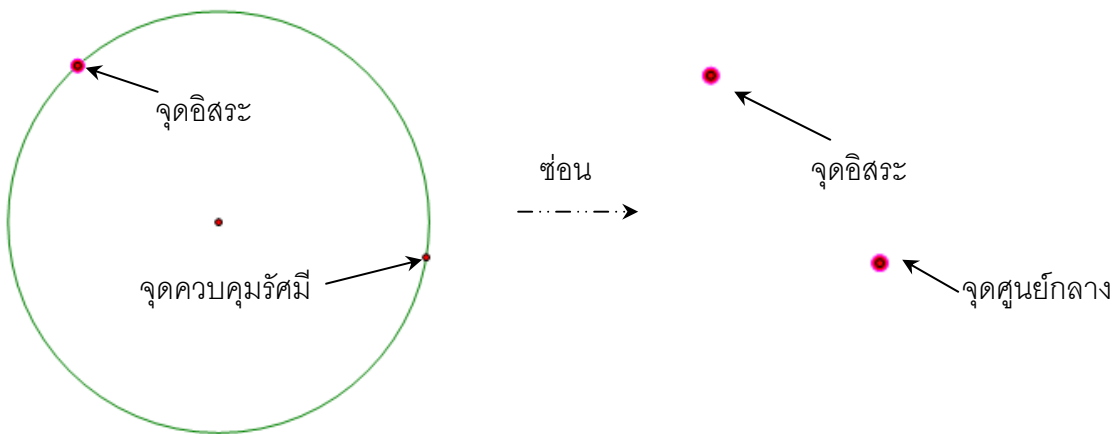
กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1. จากกล่องเครื่องมือ GSP ทางด้านซ้ายมือ ให้นักเรียนเลือกเครื่องมือในการสร้างรูปวงกลม แล้วสร้างรูปวงกลม 1 รูปขนาดพอสมควร ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1

2. ให้นักเรียนลงจุดอิสระไว้ที่เส้นรอบวงหนึ่งจุด หลังจากนั้นให้ซ่อนเส้นรอบวงและจุดควบคุมรัศมี โดยคลิกเลือกที่เส้นรอบวงและจุดควบคุมรัศมี แล้วไปที่เมนูเลือก **แสดงผล** → **ซ่อนอ็อบเจกต์** จนเหลือแต่จุดศูนย์กลางและจุดอิสระ ดังรูปที่ 2



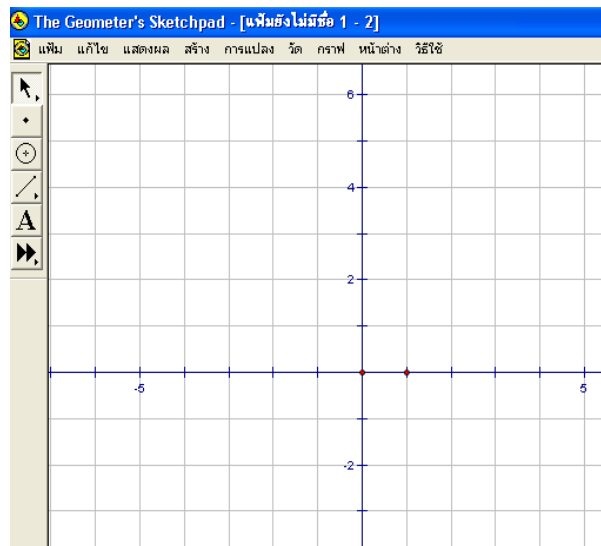
รูปที่ 2

3. ให้นักเรียนสร้างปุ่มเพื่อเคลื่อนที่จุดอิสระ โดยคลิกเลือกจุดอิสระจากรูปที่ 2 แล้วไปที่เมนูเลือก **แก้ไข** → **ปุ่มแสดงการทำงาน** → **การเคลื่อนไหว** ก็จะได้ปุ่มสำหรับเคลื่อนที่จุดอิสระ และให้นักเรียนสร้างรอยทางเดินของจุดอิสระด้วย โดยคลิกเลือกจุดอิสระนั้นแล้วไปที่ **แสดงผล** → **สร้างรอยจุด**

4. ให้สังเกตลักษณะรอยทางเดินของจุดอิสระเหล่านั้นว่ามีลักษณะเป็นรูปอะไร จากนั้นให้สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดอิสระ พร้อมทั้งวัดความยาวส่วนของเส้นตรงในขณะที่จุดอิสระกำลังเคลื่อนที่ โดยคลิกเลือกส่วนของเส้นตรงแล้วไปที่วัด  $\rightarrow$  ความยาว ซึ่งวัดได้ยาว . . . . . หน่วย

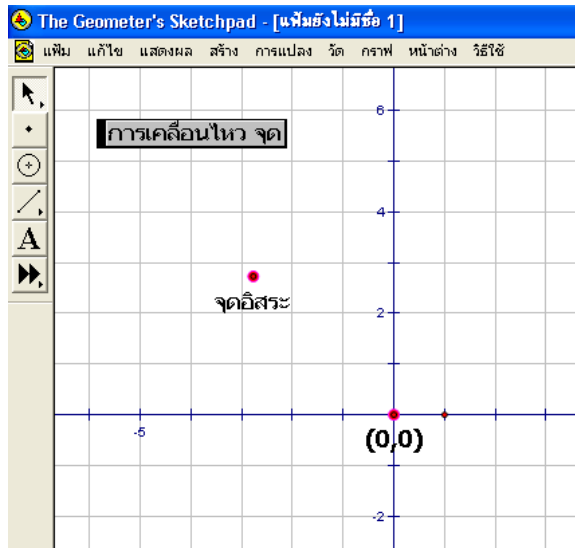
5. ให้นักเรียนปฏิบัติตามข้อที่ 1 - 4 เพื่อสร้างจุดศูนย์กลาง รอยทางเดินของจุดอิสระใหม่โดยไม่ซ้ำรอยเดิม และสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางและจุดอิสระ พร้อมทั้งวัดความยาวส่วนของเส้นตรงในขณะที่จุดอิสระกำลังเคลื่อนที่ ซึ่งวัดได้ยาว . . . . . หน่วย

6. ให้นักเรียนเพิ่มหน้าใหม่โดยไปที่เมนูเลือก **เพิ่ม**  $\rightarrow$  **ตัวเลือกเอกสาร** **เพิ่มหน้า**  $\rightarrow$  **หน้าว่าง** หลังจากนั้นให้สร้างระบบพิกัด (โดยเลือกเป็นกริดจัตุรัส) ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 ระบบพิกัด (กริดจัตุรัส)

7. จากระบบพิกัดที่นักเรียนสร้าง ให้นักเรียนเลือกเครื่องมือในการสร้างรูปวงกลม แล้วสร้างรูปวงกลม 1 รูปขนาดพอสมควร โดยให้จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) แล้วลงจุดอิสระ ช้อนเส้นรอบวงและจุดควบคุมรัศมี แล้วสร้างปุ่มเคลื่อนที่จุดอิสระเหมือนกับข้อ 1 - 4 ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4

8. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด  $(0,0)$  กับจุดอิสระ พร้อมทั้งวัดความยาวส่วนของเส้นตรง แล้วให้นักเรียนกดปุ่มการเคลื่อนไหว จุด เพื่อตรวจสอบความยาวส่วนของเส้นตรง ณ ตำแหน่งต่าง ๆ กันของจุดอิสระ ว่าความยาวส่วนของเส้นตรงนั้นเป็นอย่างไร

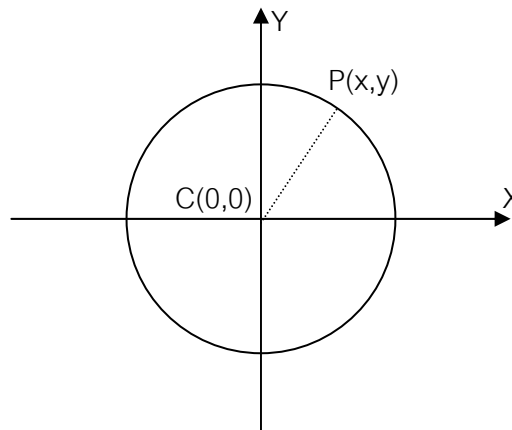
วงกลม (Circle)

บทนิยาม วงกลม คือ .....

ซึ่งจุดคงที่ เรียกว่า **จุดศูนย์กลาง**ของวงกลม

ระยะทางที่เท่ากัน เรียกว่า **ความยาวของรัศมี**ของวงกลม

ในกรณีที่  $C(0,0)$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว  $r$  หน่วย ให้  $P(x,y)$  เป็นจุดใดๆ บนวงกลม ดังรูป



จากบทนิยาม จะได้  $CP = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก  $CP = \sqrt{(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2}$

.....  
.....  
.....  
.....

นั่นคือ ความสัมพันธ์ที่มีกราฟวงกลมจุดศูนย์กลาง  $(0,0)$  รัศมี  $r$  หน่วย คือ  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots \}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 2 หน่วย

วิธีทำ สมการวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว r หน่วย คือ  $x^2 + y^2 = r^2$  เมื่อกำหนดให้  $r = 2$

สมการของวงกลมที่ต้องการ คือ  $x^2 + y^2 = 2^2$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลาง

และรัศมียาว 2 หน่วย คือ  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

(1)  $\{(x,y) \mid x^2 + y^2 - 36 = 0\}$

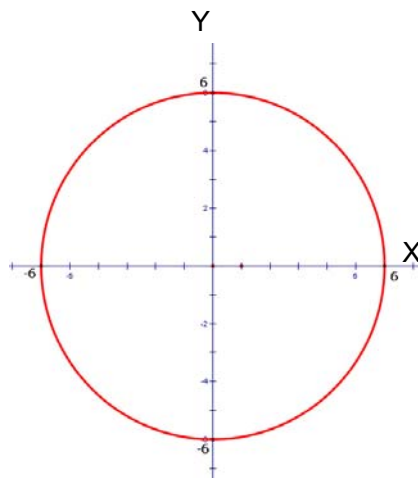
(2)  $\{(x,y) \mid 4x^2 + 4y^2 = 25\}$

วิธีทำ (1)  $x^2 + y^2 - 36 = 0$

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$x^2 + y^2 = 6^2$$

แสดงว่ากราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 6 หน่วย



(2)  $4x^2 + 4y^2 = 25$

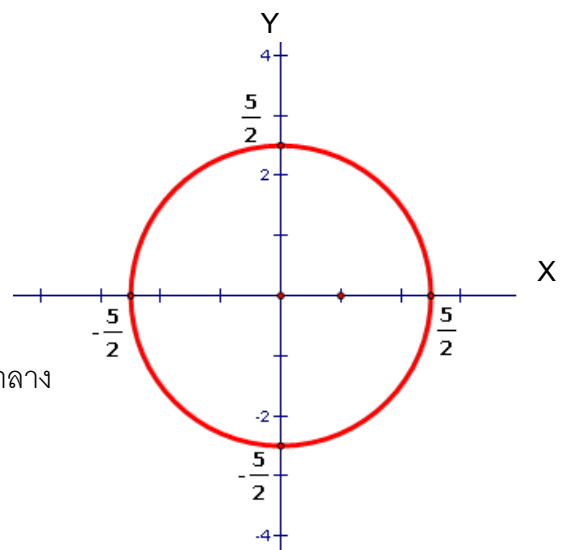
$$4(x^2 + y^2) = 25$$

$$x^2 + y^2 = \frac{25}{4}$$

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

แสดงว่ากราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลาง

และรัศมียาว  $\frac{5}{2}$  หน่วย





**แบบฝึกหัดที่ 1**

1. จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม จงหาความยาวของรัศมี พร้อมทั้งเขียนกราฟ โดยใช้โปรแกรม GSP

1)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 16 \}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 25 = 0 \}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 9x^2 + 9y^2 = 36 \}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. จงหาสมการวงกลม ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) และมีสมบัติดังต่อไปนี้

1) รัศมียาว 3 หน่วย

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2) เส้นผ่านศูนย์กลางยาว 20 หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

3) ผ่านจุด (5,-12)

.....

.....

.....

.....

.....

4) ตัดแกน X ที่จุด (-6,0)

.....

.....

.....

.....

.....

5) ตัดแกน Y ที่จุด (0,3)

.....

.....

.....

.....

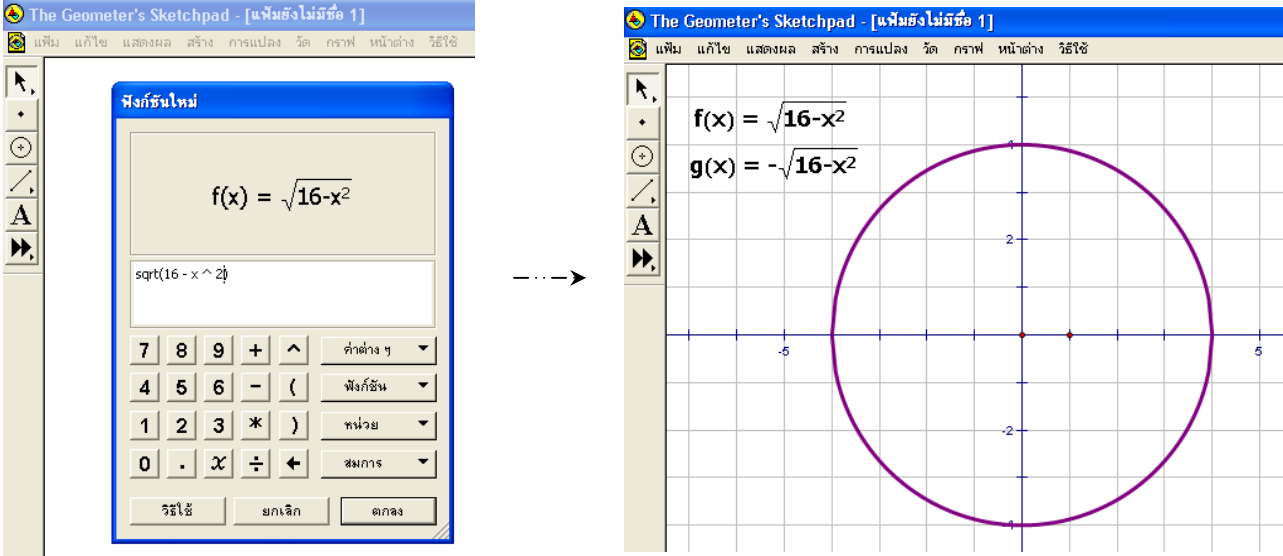
.....

**กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2**  
**วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h , k)**

**กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP**

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) ขึ้นมา 1 รูป โดยเลือกเมนู กราฟ→ วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ แล้วพิมพ์สมการ เช่น  $y = \pm\sqrt{16-x^2}$  จะได้กราฟวงกลม ดังรูปที่ 1

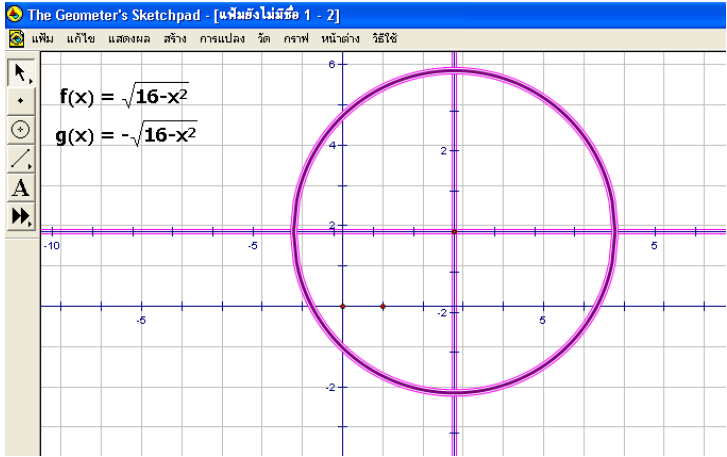
(หมายเหตุ : นักเรียนต้องจำไว้ว่าโปรแกรม GSP จะวาดกราฟของฟังก์ชันเท่านั้น เช่น ถ้าต้องการกราฟวงกลมจากสมการ  $x^2 + y^2 = 16$  นักเรียนจะต้องจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน คือ  $y = \pm\sqrt{16-x^2}$  ซึ่งก็คือ  $f(x) = \pm\sqrt{16-x^2}$  นั่นเอง)



รูปที่ 1

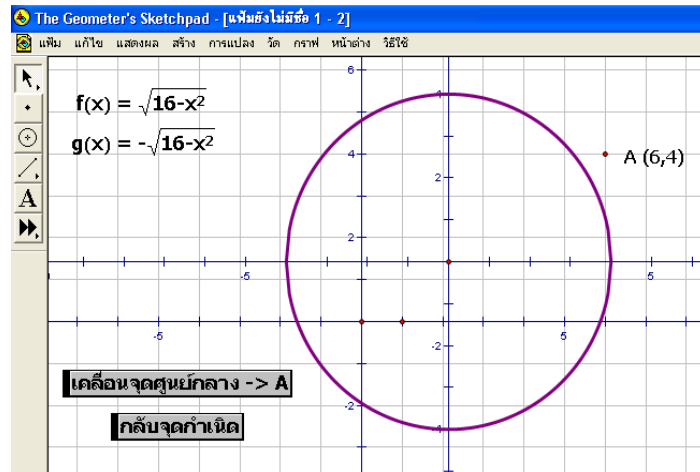
2. ให้นักเรียนเลื่อนกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) ที่นักเรียนสร้างขึ้น ไปไว้ที่จุด (h,k) แล้วปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ให้คลิกเลือกจุดศูนย์กลาง (0,0) แกน X แกน Y และกราฟวงกลมที่สร้างไว้ แล้วทำการคัดลอกและวางไว้ในหน้าต่างเดียวกัน จากนั้นให้ซ้อนกราฟวงกลมรูปเดิม ก็จะได้ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

2.2 ให้นักเรียนสแนพจุด โดยเลือกเมนูแล้วไปที่ กราฟ → สแนพจุด จากนั้นให้ลงจุดอิสระ (h,k) ไว้ที่พิกัดใด ๆ ก็ได้ 1 จุด พร้อมทั้งตั้งชื่อ เช่น จุด A แล้วสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลมไปหาจุด A และสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดศูนย์กลางไปหาจุดกำเนิด (0,0) ด้วย ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3

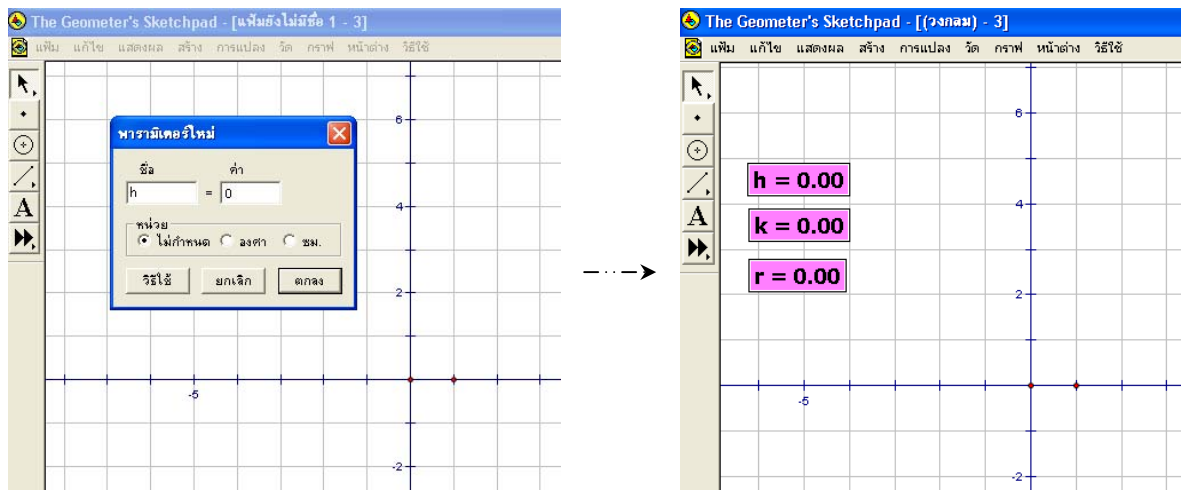
3. ให้นักเรียนเลื่อนจุด A ไปไว้ที่พิกัดต่าง ๆ แล้วกดปุ่มเลื่อนจุดศูนย์กลางของกราฟวงกลมไปหาจุด A พร้อมทั้งสังเกตพิกัดของจุดศูนย์กลางของกราฟวงกลมที่เปลี่ยนไปตามจุด A เช่น

- พิกัดของจุด A คือ ..... จะได้จุดศูนย์กลางของกราฟวงกลม คือ .....
- พิกัดของจุด A คือ ..... จะได้จุดศูนย์กลางของกราฟวงกลม คือ .....
- พิกัดของจุด A คือ ..... จะได้จุดศูนย์กลางของกราฟวงกลม คือ .....

4. จากวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) แล้วเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลมไปหาจุด A ซึ่งเป็นการเลื่อนขนานของแกนให้จุดศูนย์กลางไปอยู่ที่ (h,k) ดังนั้น สมการวงกลมเมื่อเทียบกับแกนใหม่ คือ  $(x')^2 + (y')^2 = r^2$  แต่จากการเลื่อนขนานของแกน นักเรียนทราบมาแล้วว่า  $x' = \dots\dots\dots$  และ  $y' = \dots\dots\dots$  ดังนั้น จะได้สมการวงกลมเทียบกับแกนเดิม คือ  $(\dots\dots\dots)^2 + (\dots\dots\dots)^2 = r^2$

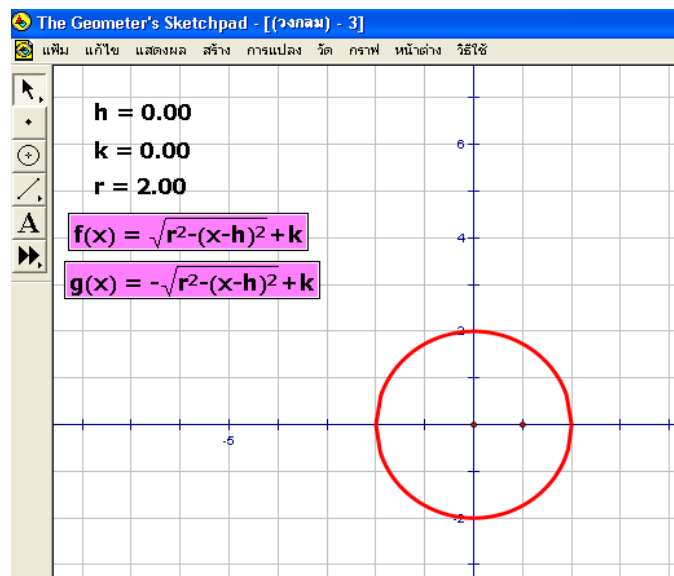
5. ให้นักเรียนสร้างหน้าเอกสารใหม่ แล้วสร้างกราฟของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h,k) ตามขั้นตอนต่อไปนี้

5.1 สร้างระบบพิกัดเป็นกริดแบบจัตุรัส แล้วไปที่ กราฟ → พารามิเตอร์ใหม่ ตั้งชื่อเป็น h และค่าเท่ากับ 0 ดังรูปที่ 4 โดยให้นักเรียนใช้คำสั่งพารามิเตอร์ใหม่นี้สร้างค่าของ k และ r ด้วย ตามลำดับ



รูปที่ 4

5.2 ให้นักเรียนใช้คำสั่ง วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ เพื่อเขียนกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(h,k)$  โดยนักเรียนจะต้องพิมพ์สมการเป็น  $y = \pm\sqrt{r^2 - (x-h)^2} + k$  ซึ่งได้มาจากการจัดรูปของสมการวงกลม  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$  เมื่อนักเรียนจัดสมการใหม่ได้แล้วให้สร้างสมการในคำสั่งวาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ โดยแทนค่าของ  $h$  ,  $k$  และ  $r$  ด้วยค่าพารามิเตอร์ที่ได้สร้างไว้ก็จะได้กราฟวงกลมตามต้องการ ดังรูปที่ 5

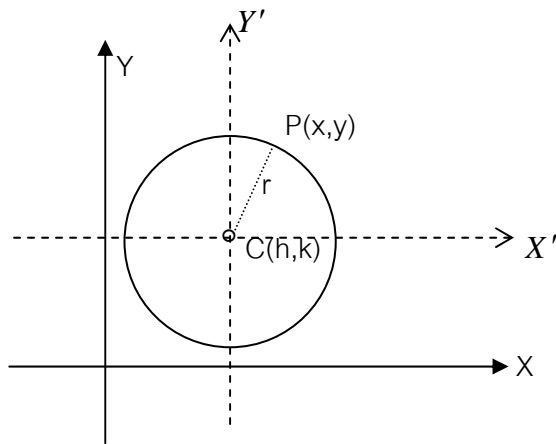


รูปที่ 5

5.3 ให้นักเรียนคลิกเลือกค่าพารามิเตอร์  $h$  ,  $k$  หรือ  $r$  ค่าใดค่าหนึ่งหรือจะเลือกพร้อมกันก็ได้ แล้วกดปุ่ม + หรือ - เพื่อเพิ่มหรือลดค่าของพารามิเตอร์ ซึ่งการกระทำดังกล่าวจะทำให้จุดศูนย์กลางของกราฟเปลี่ยนไป (เมื่อค่าของ  $h$  หรือ  $k$  เปลี่ยน) และให้นักเรียนสังเกตขนาดของรูปวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(h,k)$  เมื่อเทียบกับจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  ว่าขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ใด

**วงกลมที่มีจุด (h,k) เป็นจุดศูนย์กลาง**

ในกรณีที่ C(h,k) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมียาว r หน่วย ดังรูป



จากสมการวงกลมจุดศูนย์กลาง (0,0)  
รัศมี r หน่วย

คือ  $x^2 + y^2 = r^2$

เลื่อนแกนไปที่ (h,k)

จะได้สมการวงกลมเทียบแกนใหม่ คือ

..... =  $r^2$

แต่  $x' = \dots\dots\dots$  และ  $y' = \dots\dots\dots$

ดังนั้นสมการวงกลมนี้เทียบกับแกนเดิม คือ

..... =  $r^2$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่ (h,k) รัศมี r หน่วย  
คือ  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots = r^2\}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลม พร้อมเขียนกราฟของสมการ

$$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 44 = 0$$

วิธีทำ

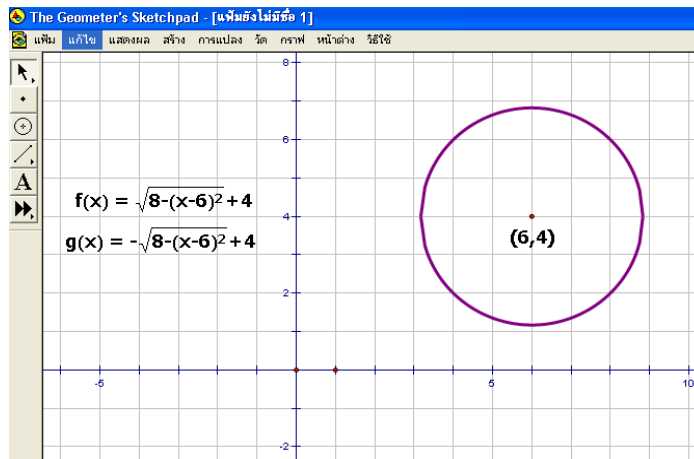
$$(x^2 - 12x) + (y^2 - 8y) = -44$$

$$(x^2 - 12x + 36) + (y^2 - 8y + 16) = -44 + 36 + 16$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 8$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = (\sqrt{8})^2$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลาง คือ (6,4) และรัศมียาว  $\sqrt{8}$  หน่วย



ตัวอย่างที่ 2 จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมตามสมบัติแต่ละข้อต่อไปนี้

1) มี  $(-1,2)$  เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 3 หน่วย

2) จุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลาง คือ  $(-1,3)$  และ  $(5,7)$

วิธีทำ

1) สมการของวงกลมนี้ คือ  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่ต้องการ คือ

$$\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0\}$$

2) จุดศูนย์กลางเป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-1,3)$  และ  $(5,7)$

ดังนั้น พิกัดของจุดศูนย์กลาง คือ  $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = (2,5)$

ความยาวของรัศมี =  $\frac{1}{2}$  ของระยะห่างระหว่างจุด  $(-1,3)$  และ  $(5,7)$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(-1-5)^2 + (3-7)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16} = \frac{\sqrt{52}}{2}$$

ดังนั้น สมการของวงกลม คือ  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = \frac{52}{4}$

หรือ ความสัมพันธ์ คือ  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 4x - 10y + 16 = 0\}$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมี พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้โปรแกรม GSP

1)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

2)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

3)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x^2 + 2y^2 - 5x + 3y + 2 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

4)  $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x^2 + 4(y + 2)^2 = 25 \}$

.....

.....

.....

.....

.....



2. จงหาสมการวงกลม ที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

1) มี  $(-2,3)$  เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 4 หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

2) มี  $(-1,4)$  และ  $(9,10)$  เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง

.....

.....

.....

.....

.....

3) มี  $(1,2)$  เป็นจุดศูนย์กลางและผ่านจุด  $(-3,2)$

.....

.....

.....

.....

.....

4) มี  $(-3,0)$  เป็นจุดศูนย์กลางและสัมผัสเส้นตรง  $3x - 4y - 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

1. จงเขียนความสัมพัทธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมเมื่อกำหนด

1) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว 4 หน่วย

.....  
.....  
.....

2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-4,2) และรัศมียาว 3 หน่วย

.....  
.....  
.....

3) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-1,-2) และรัศมียาว 2 หน่วย

.....  
.....  
.....

2. จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลมที่มีสมการต่อไปนี้

1)  $x^2 + y^2 = 36$

.....  
.....  
.....

2)  $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$

.....  
.....  
.....

3)  $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 24 = 0$

.....  
.....  
.....

3. จงหาสมการวงกลม ที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

1) จุด  $(3,1)$  และ  $(-1,5)$  เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง

.....

.....

.....

.....

.....

2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(2,3)$  และสัมผัสกับแกน Y

.....

.....

.....

.....

.....

3) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(-2,-3)$  และสัมผัสกราฟของ  $x = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

4) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และสัมผัสกราฟของ  $2y - 7 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....